

质数的生成规律和哥德巴赫猜想的证明

高兆华

gaozhaohua@happymonkey.com.cn

摘要:

本文通过相对性思维，从演化的角度分析了质数的定义。得出结论,质数是使用乘积迭代方式获取正整数的因子集合。并对生成过程中的物理意义和周期规律进行分析，进而证明了哥德巴赫猜想。这项研究的意义，从演化角度分析质数，更清晰阐明了质数和整数的关系。也在思维方面将数学和其他学科思维融会贯通。哥德巴赫猜想的证明也对这种思维方式进行了验证。可以推广，助力更多科研方向的进展。

关键词:

演化;周期;相对性思维;质数的分布规律;哥德巴赫猜想;物理比喻;光刻机方式;进行时态;

MR(2010):

11N05;11P32;03F60;00A30;

1 对质数的定义的本质理解

质数的定义为在大于 1 的自然数中，只有 1 和它自身为因数的自然数。用相对性思维来理解非质数，就是在大于 1 的自然数中，至少包含两个除了 1 和它自身为因数的自然数。所以，非质数就一定可以被分解为 n 个质数的乘积，因此，大于 1 的自然数就是由质数和质数的乘积构成。

由此可以从 1 用乘积迭代来构成大于 1 的自然数。

1:	1x1=1	N=AXB 的迭代
1, 2:	1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256	
1, 2, 3:	1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18, 24, 27, 32	
1, 2, 3, 5:	1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10, 12, 15, 16, 18, 20, 24, 25, 27, 30, 32	
1, 2, 3, 5, 7:	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 12, 14, 15, 16, 18, 20, 21, 24, 25, 27, 28, 30, 32	

如上面的表格
每一次加入一个质数，加入之后就可以用乘积生成一系列的自然数。
同时会产生下一个质数。迭代产生整个大于 1 的自然数集合
从演化的角度看，对质数的理解就是：
质数是用从 1 开始用乘积迭代获得所有大于 1 的自然数的因子集合
用这种新的表述来定义质数，会更清楚的理解质数和正整数的关系
这样定义质数，会更方便在生长演化的过程中把握规律

2 对新的质数定义进行扩展性想象

乘法迭代是一个均匀的周期行为，用“光”的运动进行比喻，把质数的生长过程看作从 0 点发射的无穷数量的以质数为波长的“光”，发射“光”的过程就形成了大于 1 的自然数集合，0 点是质数唯一的一个共同交点。 如下图所示：



这就是质数生成的物理性意义。

3 简化质数的生成模型

简化质数的生成迭代过程

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40	41	42	43	44	45	46	47	48	49
50	51	52	53	54	55	56	57	58	59
60	61	62	63	64	65	66	67	68	69
70	71	72	73	74	75	76	77	78	79
80	81	82	83	84	85	86	87	88	89
90	91	92	93	94	95	96	97	98	99

如上面这张表偶数都是 2 的倍数，大于 5 的个位数为 5 的自然数都是 5 的倍数。所以大于 5 的质数必然会产生在个位数尾数为 1，3，7，9 的大于 5 的自然数中。

显而易见任意一个偶数都能表示为两个奇数之和 a+b。当我们把奇数中 5 的倍数全部去掉之后，剩余的集合记作 A，那么同样满足任意一个偶数都能表示为 A 中的两个数之和。因

为如果 a，b 不论哪一个为 5 的倍数，或者同时为 5 的倍数都可以通过+2，-2 操作转换为 A 集合中的 a0，b0。

在 A 中除去 5 这个数字，简化后的集合变为 1，3，7，9 的集合 A1。

1	3	7	9
11	13	17	19
21	23	27	29
31	33	37	39
41	43	47	49
51	53	57	59
61	63	67	69
71	73	77	79
81	83	87	89
91	93	97	99

同样对于用乘积迭代生成大于 1 的自然数的过程，也简化为生成 A1 的过程，如下图。

1:	1x1=1
1, 3:	1, 3, 9, 27, 81
1, 3, 7:	1, 3, 7, 9, 21, 27, 49, 63, 81
1, 3, 7, 11:	1, 3, 7, 9, 11, 21, 27, 33, 49, 63, 77, 81
1, 3, 7, 11, 13:	1, 3, 7, 9, 11, 13, 21, 27, 33, 39, 49
1, 3, 7, 11, 13, 17:	1, 3, 7, 9, 11, 13, 17, 21, 27, 33

4 光刻法形成质数

使用相对性思维看待演化生成质数的过程，类比于用光刻机制作芯片，对质数的生成也可以从 A1 集合中刻蚀出来。先有 A1 集合，再一层一层的照射，照射命中的数字即为非质数，这种方式称为光刻法获得质数。

波长3					波长7					波长11				
周期30	步长6	最小公倍周期30		质数位置	周期70	步长14	最小公倍周期210 7的质数阶乘		质数位置	周期110	步长22	最小公倍周期2310		质数位置
1	3	7			1	3	7			1	3	7		
11	13	17	19		11	13	17	19		11	13	17	19	
	23		29			23		29			23		29	
31		37			31		37			31		37		
41	43	47	49	47	41	43	47			41	43	47	49	
	53		59			53		59			53		59	
61		67			61		67			61		67		
71	73	77	79		71	73	79			71	73	79		
	83		89			83		89			83		89	
91		97					97					97		
101	103	107	109		101	103	107	109		101	103	107	109	
	113		119			113			113		113			
121		127			121		127					127		
131	133	137	139		131		137	139		131		137	139	
	143		149			143		149					149	
151		157			151		157			151		157		
161	163	167	169			163	167	169			163	167	169	167
	173		179			173		179			173		179	
181		187			181		187			181			187	
191	193	197	199		191	193	197	199		191	193	197	199	
	203		209					209						209
211		217			211		217			211		217		
221	223	227	229		221	223	227	229		221	223	227	229	
	233		239			233		239			233		239	
241		247			241		247			241		247		
251	253	257	259		251	253	257			251		257		
	263		269			263		269			263		269	
271		277			271		277			271		277		
281	283	287	289		281	283		289		281	283		289	

波长13					波长17					波长19				
周期130	步长26	最小公倍 周期 30030		质数位置	周期170	步长34	最小公倍 周期 510510		质数位置	周期190	步长38	最小公倍 周期 9699690		质数位置
1	3	7			1	3	7			1	3	7		
11	13	17	19		11	13	17	19		11	13	17	19	
31		37	29		31		37	29		31		37	29	
41	43	47	49		41	43	47	49		41	43	47	49	
	53		59			53		59			53		59	
61		67			61		67			61		67		
71	73		79		71	73		79		71	73		79	
	83		89			83		89			83		89	
		97					97					97		
101	103	107	109		101	103	107	109		101	103	107	109	
	113					113					113			
		127					127					127		
131		137	139		131		137	139		131		137	139	
		149					149					149		
151		157			151		157			151		157		
	163	167				163	167				163	167		
	173		179			173		179			173		179	
181					181					181				
191	193	197	199		191	193	197	199		191	193	197	199	
211					211					211				
	223	227	229			223	227	229			223	227	229	
241		233	239		241		233	239		241		233	239	
251		257			251		257			251		257		
	263		269			263		269			263		269	
271		277			271		277			271		277		
281	283		289	283	281	283				281	283			
	293					293					293			
		307					307					307		
311	313	317			311	313	317			311	313	317		
	323													
331		337			331		337			331		337		
		347	349				347	349				347	349	
	353		359			353		359	359		353		359	
361		367		361		367						367		
	373		379			373		379			373		379	
	383		389			383		389			383		389	
391		397					397					397		
401			409		401			409		401			409	
			419					419					419	
421					421					421				
431	433	437	439		431	433	437	439		431	433		439	
	443		449			443		449			443		449	
		457					457					457		
461	463	467			461	463	467			461	463	467		
			479					479					479	
		487					487					487		
491	493		499		491			499		491			499	
	503		509			503		509			503		509	
521	523	527	529		521	523		529		521	523		529	523

在光刻法生成质数的过程中分析他的周期属性。如上图中，每一层的照射使用不同颜色的块标识被命中的非质数。对照射过程得到如下结论：

- 1，对第 n 次照射，波长为 K_n ，产生真正的质数截止到下一次照射波长 K_{n+1} 的平方。对于大于等于 $(K_{n+1})^2$ 的结果，我们称为**相对 K_n 的过程质数**，未来有可能被命中，也能不被命中。同理，波长 K_n 起作用的位置也是从 $(K_n)^2$ 开始，因为小于 $(K_n)^2$ 的已经被照射过了。
- 2，对第 n 次照射，波长为 K_n ，完全命中 1，3，7，9 为一个周期，一个周期命中 4 次。
- 3，经过波长 3 照射后去掉命中的非质数的集合我们称作 A_3 ，同理经过 K_n 照射后的集合我们称作 A_{K_n}
- 4，对第 n 次照射，波长为 K_n ，对于集合 A_1 的命中位置分布，周期为 $K_n \times 10$ ，步长为 $K_n \times 2$ 。

5, 对第 n 次照射, 波长为 K_n , 会有和以前照射的非质数产生叠加, 叠加的位置为波长的公倍数。

6, 对第 n 次波长为 K_n 照射后, 对集合 A_1 的整体命中分布周期为 K_n 的质数阶乘再乘以 10。也就是 $K_n \times K_{n-1} \times K_{n-2} \dots \times 3 \times 10$ 。我们称作波长 K_n 照射后最小公倍周期。

7, 对第 n 次波长为 K_n 照射后, 对集合 A_1 的相对某一个波长 K_m 的命中分布, 其中 $K_m < K_n$, 叫做 K_n 相对 K_m 的分布周期为 $K_n \times K_m \times 10$ 。这个时候一个周期之内同时被 K_n 和 K_m 命中的非质数数量也为 4 个, 命中个位数 1, 3, 7, 9。同理, 也可以有 K_n 相对 $\{K_m, K_h, \dots\}$ 的分布, 其中 $\{K_m, K_h, \dots\}$ 中的数都小于 K_n , 相对分布周期为 $K_n \times K_m \times K_h \times \dots \times 10$ 。

8, 素数分度的密度变化: 波长 K_n 的平方到 K_{n+1} 的平方之间。由素数波长 2 到 K_n 的照射决定。

9, 素数是无穷多的, 我们可以认为素数一直在生成过程中, 素数就一直存在相对分布周期。既然存在周期, 那么素数的密度分布就是收敛的。

5 一些推论

- 1, 根据光刻法形成质数的过程中存在最小公周期, 因为周期中存在质数, 如果质数是有限个, 就会和周期的存在形成矛盾, 所以质数有无限个。
- 2, 根据光刻法形成质数的过程中存在最小公周期, 所以孪生质数也是有无穷个。

6 证明哥德巴赫猜想

对于偶数分解为两个 A_1 中的两个数字之和, 我们按照偶数的个位数进行分析, 每一个偶数会有两组解。如下图

0	1	9
	3	7
2	1	1
	3	9
4	7	7
	1	3
6	3	3
	7	9
8	9	9
	1	7

举个例子:

98			
9	9	1	7
9	89	1	97
19	79	11	87
29	69	21	77
39	59	31	67
49	49	41	57
		51	47
		61	37
		71	27
		81	17
		91	7

对于 98 来说，个位数为 8，有个位数为（9，9）（1，7）两组解，总数量为 15 个。这其中有 3 组解为质数解，1 组解包含 1。

对于其中的每一组解内(a, b)，都可以通过 $a+10, b-10$ 或者 $a-10, b+10$ 获得相邻解。我们称作 **10 进制解对称**。

可以看作，集合 A1 中的 1, 3, 7, 9 的周期为 10，步长为 2，最小公倍周期为 10 在集合 A1 中，任意大于 12 的偶数 p 可以表示为 A1 中两个数 a+b 的和，并且其中解的数量大于等于 1。称为命题 X。X 显然成立。

波长3			
周期30	步长6	最小公倍周期30	质数位置
1	3	7	
11	13	17	19
31	23	37	29
41	43	47	49
61	53	57	59
71	73	77	79
91	83	97	89
101	103	107	109
	113		119
121		127	
131	133	137	139
	143		149
151		157	
161	163	167	169
	173		179
181		187	
191	193	197	199
	203		209
211		217	
221	223	227	229
	233		239
241		247	
251	253	257	259
	263		269
271		277	

在经过波长为 3 照射后，对集合 A3 来说，任意大于 12 的偶数可以表示为 A3 中两个数的和。 称为命题X₃。

如果 3 的照射不会命中所有 A1 中的解，当 X 成立时，X₃就成立。

波长为质数 3 照射的命中分布满足周期 30 中命中个位为 1, 3, 7, 9 四个数。每个数一次。

那么上一次命中个位为 1，到下一次命中个位为 1 中间间隔为周期 30。

所以如果 3 的照射命中了 a，那么 $a+10$ ， $a+20$ ， $a-10$ ， $a-20$ 肯定不会被命中，而且 $a+30$ ， $a-30$ 如果在集合 A1 中，且大于 10，则肯定被命中。

因此对于满足 X 的 $a+b$ ，如果 a 被命中或者 b 被命中，或者 a，b 都被命中。那么在 $(a+10, b-10)$ ， $(a-10, b+10)$ 中必然有一个不被命中。同样在 $(a+20, b-20)$ ， $(a-20, b+20)$ 中必然有一个不被命中。不被命中的解通过 +30，-30 操作仍然不被命中。

因此 X_3 也成立。

因此证明哥德巴赫猜想，只需要证明对于任意偶数 p ， $p < (K_{n+1})^2$ ，经过 n 次照射后，依然不能全部命中 X 的解， X_{K_n} 成立。

对于 X 到 X_3 ，已经证明成立。

对于 X_{K_n} 来说

1，因为 K_n 的质数集合中两两互质，所以他们的周期也互质。X 中的解 (a, b) 如果被 K_n 命中，对于 K_n 的照射，周期为 $K_n \times 10$ ，但 X 中周期为 10，那么 $(a+10, b-10)$ ， $(a-10, b+10)$ 中必然有一个不被命中。 X_3 中的解 (a, b) 如果被 K_n 命中，对于 K_n 的照射，周期为 $K_n \times 10$ ，但 X_3 中周期为 30，那么 $(a+30, b-30)$ ， $(a-30, b+30)$ 中必然有一个不被命中。同理于 X_m 中的解， $m < n$ ，被 K_n 的照射命中的情况。

2，假设 $X_{K_{n-1}}$ 成立，而 X_{K_n} 不成立，就需要用 K_n 的照射来命中 $X_{K_{n-1}}$ 中的全部解。

在 K_n 和 K_{n-1} 的相对公倍周期只有四个叠加，对 1，3，7，9 中只有一个叠加。而这个相对周期中有 K_n 个 K_{n-1} 的周期， $K_n \geq 7$ 。又由于上面 1 中的结论。所以 K_n 的照射不能命中 $X_{K_{n-1}}$ 中的全部解。

3，由以上内容得证，对于任意偶数 p ， $p < (K_{n+1})^2$ ，经过 n 次照射后，依然不能全部命中 X 的解， X_{K_n} 成立。则哥德巴赫猜想成立。

4，为了加深理解：偶数 p 是跟随 $(K_{n+1})^2$ 进行成长，而限制 p 的质数解的照射是跟随 $\frac{4 \times (K_{n+1})^2}{K_n \times 10}$ 进行成长。成长差异越来越大。另外如果试图拟合多个 K_n 的照射去命中 a，b 的时候，将引入越多的 K_n 波长的照射，随着 K_n 生长，会高倍扩大偶数 p 的范围和 a，b 的范围，命中效率急速下降。而 K_n 的照射有效只能到 $(K_{n+1})^2$ 以内。只能是，偶数 p 的两个质数之和的解必然存在。

7 意义

从演化角度分析质数，更清晰阐明了质数和整数的关系。在思维方面将数学和其他学科思维融会贯通。哥德巴赫猜想的证明也对这种思维方式进行了验证。

此种方式可以推广，助力更多科研方向的进展。

这一切的来源于对人类认识世界运行本质的理解，周期作为存在的本质。这里的周期不仅是时间的理解，根本相对稳定复现的存在，包括时序的稳定进行，空间的稳定拓扑，规律的稳定执行。周期的两个属性，一个是保持相对稳定，拥有惯性。另一个属性就是因为不完美，因而有持续迭代演化的动力。后一个属性会在不断运动中，创建和破坏前一个属性，前一个属性又为第二个属性提供相对稳定的保证和前进的阻力。从而新陈代谢，生生不息。